Universidad Tecnológica Nacional

Facultad Regional Buenos Aires

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2024

PRIMER PARCIAL - 16/02/2024

Apellido y Nombre: ....

Número de Documento: ....   Especialidad:...

TEMA 5

1	2	3		4	5	NOTA

- La duración del examen es de 150 minutos.
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto.
- El examen no puede estar resuelto en lápiz.

EJERCICIO 1: Sea $p(x) = x^3 - 5x^2 + bx - 3$. Sabiendo que el punto de coordenadas $(2; -1)$ pertenece a la gráfica de p, hallar todas las raíces de p. JUSTIFICAR

EJERCICIO 2: Dada la recta que pasa por los puntos $A(1; 4)$ y $B(-1; 2)$, hallar una ecuación para la recta paralela que contiene al punto $P(1/3; 6)$.

EJERCICIO 3:

(a) Hallar el conjunto de números reales cuya distancia al -3 es mayor que el opuesto de cada uno de ellos incrementado en una unidad.

(b) Determinar el conjunto solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales:

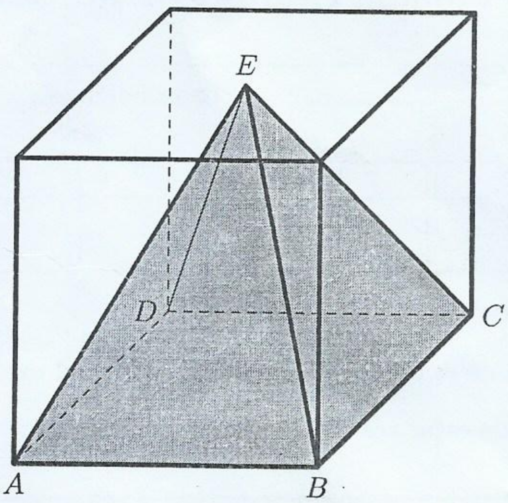
$$\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + y + 4z = 2 \\ 2x + 5y + 2z = 1 \\ -x + 2y + 8z = -2 \end{cases}$$

EJERCICIO 4: Considere la parábola de ecuación

$$y - b^2 = x^2 + (2b + 1)x$$

y sea r la recta de ecuación $y = 7x + 42$. Hallar el valor de b para que la recta y la parábola se intersequen en el punto de abscisa $x = -7$.

EJERCICIO 5: La pirámide $ABCDE$ está inscripta en un cubo tal como se muestra en la figura. El punto E está en la intersección de las dos diagonales de la cara superior. Sabiendo que el volumen del espacio comprendido entre el cubo y la pirámide es de $9\,216\,cm^3$, calcular la altura de la pirámide.



Seminario	1° Parcial tema 5	HOJA N° 1 — FECHA 16-2-24

① Sea $p(x) = x^3 - 5x^2 + bx - 3$. Sabiendo que el punto de coord. $(2,-1) \in$ gráfica de p, hallar todas las raíces.

$(2,-1) \in$ gráfica $\Rightarrow p(2) = -1 \Rightarrow -1 = 2^3 - 5\cdot 2^2 + b2 - 3$

$-1 - 8 + 20 + 3 = 2b$

$p(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$ $\qquad \boxed{b = 7}$

Ruffini $\qquad p(1) = 0 \Rightarrow x-1 \mid x^3 - 5x^2 + 7x - 3$

	x^3	x^2	x	#
	1	-5	7	-3
1		1	-4	3
	1	-4	3	0

$p(x) = (x-1)\cdot\underbrace{(x^2 - 4x + 3)}_{\text{raíces } x=1,\ x=3}$

$p(x) = (x-1)^2(x-3)$ $\qquad$ $\boxed{\begin{array}{l} x=1 \text{ es raíz doble} \\ x=3 \text{ es raíz simple} \end{array}}$

② Dada la recta que pasa por los puntos $A = (1;4)$ y $B = (-1;2)$, hallar una ecuación para la recta paralela que contiene a $P = \left(\frac{1}{3}, 6\right)$.

$L_1: y = mx + b$ $\qquad m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-4}{-1-1} = \frac{-2}{-2} = 1$

$y = x + b$ $\qquad A \in L_1 \Rightarrow 4 = 1 + b \Rightarrow b = 3$

$\boxed{L_1: y = x + 3}$ $\qquad L_1 \parallel L_2 \Rightarrow L_2: y = x + b_2$

$P \in L_2 \Rightarrow 6 = \frac{1}{3} + b_2 \Rightarrow b_2 = \frac{17}{3}$

$\boxed{L_2: y = x + \frac{17}{3}}$

③ a) Hallar el conj. de números reales cuya distancia al -3 es mayor que el opuesto de c/u de ellos incrementando en una unidad.

$|x+3| > |-x+1|$

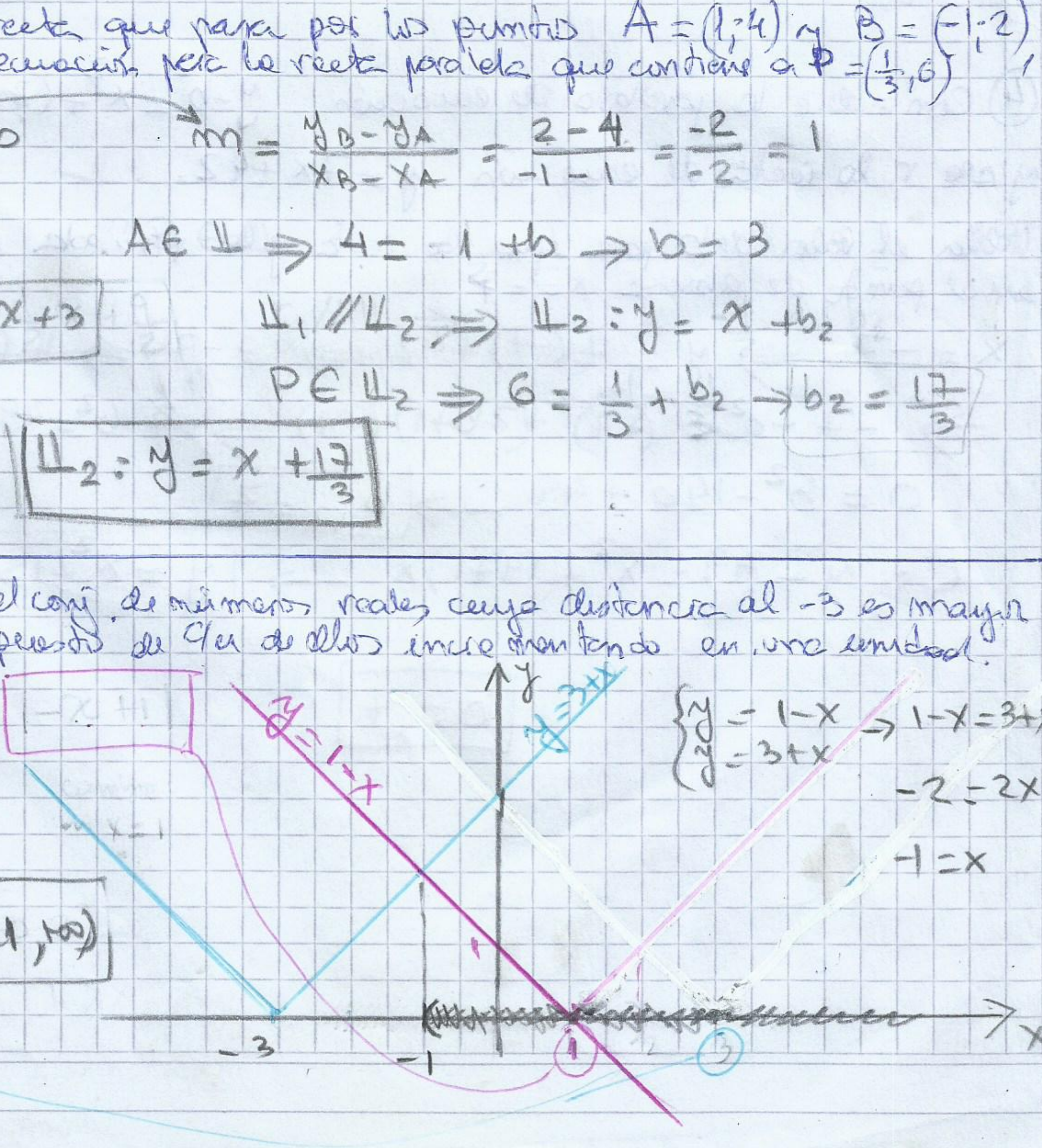
cambia en $x=-3$ $\qquad$ cambia en $x=1$

$\boxed{x \in (-1, +\infty)}$

$\begin{cases} y = 1 - x \\ y = 3 + x \end{cases} \Rightarrow 1 - x = 3 + x$

$-2 = 2x$

$-1 = x$



3) b) Determinar el conjunto solución del sig. sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + y + 4z = 2 \\ 2x + 5y + 2z = 1 \\ -x + 2y + 8z = -2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{cccc} x & y & z & \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 8 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow{\substack{F_2 = F_2 - F_1 \\ F_3 = F_3 - 2F_1 \\ F_4 = F_4 + F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -2 & -5 \\ 0 & 3 & 10 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} F_1 = F_1 - F_2 \\ F_2 = \frac{F_2}{2} \\ F_3 = F_3 + F_2 \\ F_4 = F_4 - F_3 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -1/2 \\ 0 & 3 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 12 & 6 \end{array}\right)$$

$$S = \emptyset$$

$z = -1/2$

$12z = 6 \rightarrow z = 1/2$ $\nexists$

SI

④ Considere la parábola de ecuación $y - b^2 = x^2 + (2b+1)x$: C

y sea r la recta de ecuación $y = 7x + 42$: L

Halla el valor de b para que la recta y la parábola se intersequen en el punto de abscisa $x = -7$

$$x = -7 \Rightarrow y = 7(-7) + 42 \Rightarrow y = -7 \Rightarrow L \cap C = (-7, -7)$$

$$\Rightarrow -7 - b^2 = (-7)^2 + (2b+1)(-7) \Rightarrow \cancel{-7} - b^2 = 49 - 14b \cancel{-7}$$

$$0 = b^2 - 14b + 49 \longrightarrow \boxed{b_{1,2} = 7}$$

$$C: y - 49 = x^2 + (14+1)x \longrightarrow \boxed{y = x^2 + 15x + 49} : C$$

$$\boxed{b = 7}$$

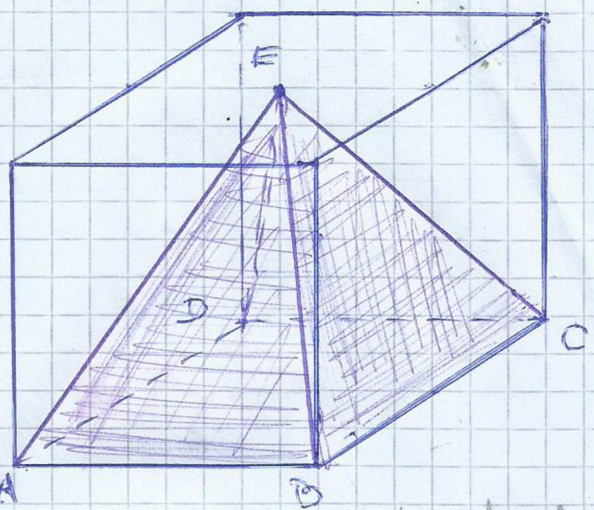
NOTA

Seminario	1° parcial Tema 5	HOJA N° 2 / FECHA 16-2-24

(5) La pirámide ABCDE está inscripta en un cubo tal como muestra la figura.

El punto E está en la intersección de las dos diagonales de la cara superior.

Sabiendo que el volumen del espacio comprendido entre el cubo y la pirámide es de $9216\,cm^3$ calcular la altura de la pirámide.



Cubo de lado L. La altura de la pirámide: $h = L$

$$\text{Vol} = L^3 \qquad \text{Area} = L^2$$

$$\text{Vol} = \frac{1}{3} A_{base} \times h$$

$$\text{Vol} - \text{Vol} = 9216\,cm^3 = L^3 - \frac{1}{3} A_{base} \times h$$

$$9216\,cm^3 = L^3 - \frac{1}{3} L^2 \cdot L = \frac{2}{3} L^3$$

$$9216\,cm^3 \cdot \frac{3}{2} = L^3$$

$$13.824\,cm^3 = L^3 \rightarrow L = 24\,cm$$

$$\boxed{h = 24\,cm}$$

NOTA